２０２１年　東北大学前期日程試験【　物　理　】解答例

$\boxed{1}$

問(1)

(a) $U = mg(R - R\cos\theta)$

$= mgR(1-\cos\theta)$

(b) 力学的エネルギー保存則より

$\frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_0^2$

$\therefore v = \sqrt{v_0^2 - 2gR(1-\cos\theta)}$

(c) $\theta=\pi$ のとき, $v \geqq 0$ となれば良い

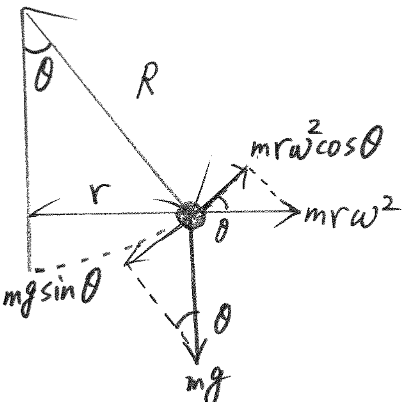
$\therefore v_0^2 - 2gR\{1-(-1)\} \geqq 0$

$\therefore v_0 \geqq 2\sqrt{gR}$

$\therefore v_1 = 2\sqrt{gR}$ (等号のとき)

問(2)

(a)



$r = R\sin\theta$

$\therefore F = m(R\sin\theta)\omega^2\cos\theta - mg\sin\theta$

$= m(R\omega^2\cos\theta - g)\sin\theta$

(b) (a)より

$F \fallingdotseq m(R\omega^2 - g)\theta$

題意より, $\omega < \omega_0$ のとき $F<0$ となれば良い。従って $\omega=\omega_0$ のとき

$F=0$ $\therefore R\omega_0^2 - g = 0$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

問(2)

(c)

(b)より $F = -m(g-R\omega^2)\theta$

$\theta = \frac{x}{R}$ より

$F = -m\left(\frac{g}{R} - \omega^2\right)\cdot x$

単振動の復元力の式

$F = -Kx$ と比べて

$K = m\left(\frac{g}{R} - \omega^2\right)$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\frac{g}{R}-\omega^2}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g-R\omega^2}}$

問(3)

(a) 問(2)(a)より, $\theta=\theta_0$ のとき

$F=0$ となれば良いから,

$F = m\sin\theta_0(R\omega^2\cos\theta_0 - g) = 0$

$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{R\cos\theta_0}}$

(b) 記号：(う)

理由：$\omega_0 < \omega$ より, 小球には, $\theta=\theta_0$ に向かう復元力は働くが, $\theta=0$ (P) に向かう復元力とはならず, $\theta=0$ を中心に振動することはないため。

2

問(1)

(a) $E=\dfrac{0-(-V_0)}{d_1}=\dfrac{V_0}{d_1}$

$ma=qE$ より

$a=\dfrac{q}{m}\cdot\dfrac{V_0}{d_1}=\dfrac{qV_0}{md_1}$

(b) $d_1=\dfrac{1}{2}at_1^2$

$\therefore t_1=\sqrt{\dfrac{2d_1}{a}}=\sqrt{\dfrac{2m}{qV_0}}\cdot d_1$

$v_1^2-0^2=2ad_1$

$\therefore v_1=\sqrt{\dfrac{2qV_0}{md_1}\cdot d_1}=\sqrt{\dfrac{2qV_0}{m}}$

(c) D_nに到達するまでqnV_0のエネルギーが与えられるから、これを運動エネルギーと等しいとおいて、

$\dfrac{1}{2}mv_n^2=qnV_0$

$v_n^2=n\cdot\dfrac{2qV_0}{m}=nv_1^2$

$\therefore v_n=\sqrt{n}\cdot v_1$

(d) $v_n=\sqrt{n}\cdot v_1$

$v_{n-1}=\sqrt{n-1}\cdot v_1$

$v_n=v_{n-1}+\left(\dfrac{qV_0}{md_n}\right)\cdot t_1$

$(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})v_1=\dfrac{qV_0}{md_n}\cdot\sqrt{\dfrac{2m}{qV_0}}d_1$

$(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})^2v_1^2$

$=\left(\dfrac{qV_0}{md_n}\right)^2\cdot\dfrac{2m}{qV_0}\cdot d_1^2$

$(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})^2\cdot\dfrac{2qV_0}{m}=\dfrac{2qV_0}{m}\cdot\left(\dfrac{d_1}{d_n}\right)^2$

$\therefore \dfrac{d_1}{d_n}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

$\therefore d_n=\dfrac{d_1}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})d_1$

問(2)

(a) ローレンツ力が向心力となるから、z軸の正

(b) $\dfrac{1}{2}mu_1^2=\dfrac{1}{2}mu_0^2+qV_0$

$\therefore u_1=\sqrt{u_0^2+\dfrac{2qV_0}{m}}$

円運動の加速度は$\dfrac{u_1^2}{r}$より

$b_1=\dfrac{1}{r}\left(u_0^2+\dfrac{2qV_0}{m}\right)$

(c) N周目の速さをu_Nとする

問(1)(c)と同様に

$\dfrac{1}{2}mu_N^2=\dfrac{1}{2}mu_0^2+qNV_0$

$u_N=\sqrt{u_0^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}$

$T_N=\dfrac{2l+2\pi r}{u_N}=\dfrac{2(l+\pi r)}{\sqrt{u_0^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}}$

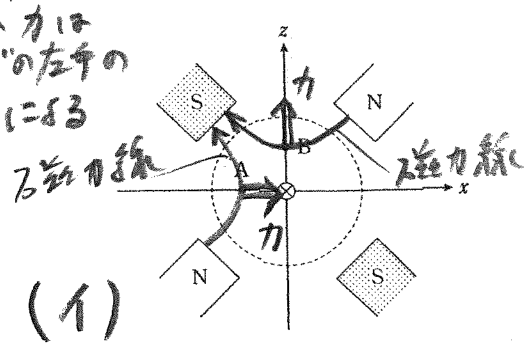
(d) $\dfrac{mu_N^2}{r}=B_Nqu_N$ より

$B_N=\dfrac{mu_N}{qr}=\dfrac{m}{qr}\sqrt{u_0^2+\dfrac{2NqV_0}{m}}$

問(3)

(a)(b)　(a)磁力線はN→S

(b)の力はフレミングの左手の法則による



(c) (イ)

２０２１年　東北大学前期日程試験【　物　理　】解答例

3

問(1)

(a) $V=f\lambda$ より，　$\lambda=\frac{V}{f}$

(b) $A\sin\{2\pi f(t-\frac{d}{V})\}=A\sin\{2\pi f(t+\frac{d-a}{V})\}$

より，

$$t-\frac{d}{V}=t+\frac{d-a}{V}$$

∴ $a=2d$

(c) 合成波の変位を F_S とすると，

$$F_S=F_I+F_R$$
$$=A\sin\{2\pi f(t-\frac{x}{V})\}-A\sin\{2\pi f(t+\frac{x-2d}{V})\}$$
$$=2A\sin\{2\pi f(\frac{d-x}{V})\}\cos\{2\pi f(t-\frac{d}{V})\}$$

よって，時間 t を含まない項の絶対値より

∴ $A_S=2A\left|\sin 2\pi f(\frac{d-x}{V})\right|$

(d) 節では，常に $A_S=0$ より

$$\frac{2\pi f(d-x)}{V}=n\pi \quad (n=1,2,3,4,\cdots)$$

∴ $x=d-\frac{nV}{2f}$

$0<x<d$ では，節ができる条件は

$$d-\frac{V}{2f}>0$$

∴ $d>\frac{V}{2f}$

問(2)

(a) $x=x_0+u\cdot\Delta t$

(b) $F_I'=A\sin\{2\pi f(t_0+\Delta t-\frac{x_0+u\Delta t}{V})\}$

(c) $F_I'=A\sin 2\pi f\{(1-\frac{u}{V})\Delta t+t_0-\frac{x_0}{V}\}$

Δt を変数とみなし，

$F_I=A\sin\{2\pi f(t-\frac{x}{V})\}$ と比べて

$$2\pi f(1-\frac{u}{V})=2\pi f'$$

∴ $f'=\frac{V-u}{V}f$

問(3)

(a) 余弦定理より．

$$r=\sqrt{r_0^2+(u\Delta t)^2-2ru\Delta t\cos(\pi-\theta_0)}$$
$$\fallingdotseq r_0\sqrt{1+\frac{2u\Delta t\cos\theta_0}{r_0}}$$
$$\fallingdotseq r_0(1+\frac{u\Delta t\cos\theta_0}{r_0})$$
$$=r_0+u\Delta t\cos\theta_0$$

(b)

$F_r=A\sin\{2\pi f(t-\frac{r}{V})\}$

において，

$t\to t_0+\Delta t$

$r\to r_0+u\Delta t\cos\theta_0$ とする

∴ $F_r=A\sin\{2\pi f(t_0+\Delta t-\frac{r_0+u\Delta t\cos\theta_0}{V})\}$

(c)

$\theta_0\to\theta$ とし，Δt を問(2)(c)同様に変数とみなすと．

$$F_r=A\sin 2\pi f\{(1-\frac{u\cos\theta}{V})\Delta t+t_0-\frac{r_0}{V}\}$$

より

$$2\pi f'=2\pi f(1-\frac{u\cos\theta}{V})$$

∴ $f'=\frac{V-u\cos\theta}{V}\cdot f$