2019年　東北大学前期日程試験【物理】解答例

1

問(1) (a) 力のつりあいより

$kd_0 = mg\sin(90^\circ-\theta)$　∴ $d_0=\dfrac{mg\cos\theta}{k}$

(b) 力学的エネルギーの保存より

$\frac{1}{2}mV^2 = mgh$　∴ $V=\sqrt{2gh}$

(c) 運動量保存より

$mV=(m+m)v_0$　∴ $v_0=\dfrac{V}{2}$

(d) $E=\frac{1}{2}(m+m)v^2+\frac{1}{2}kd^2-(m+m)g\cdot d\sin(90^\circ-\theta)$

(a)より $mg\cos\theta = kd_0$　∴ $E=mv^2+\frac{1}{2}kd^2-2kd_0d$

(e) 衝突直後の力学的エネルギー　$E_1 = mv_0^2+\frac{1}{2}kd^2-2kd_0\times d_0$

最も縮んだときの 〃　$E_2 = 0+\frac{1}{2}kd_1^2-2kd_0\times d_1$

$E_1=E_2$より　$kd_1^2-4kd_0d_1-2mv_0^2+3kd_0^2=0$ を得る.

∴ $d_1=\dfrac{2kd_0\pm\sqrt{(2kd_0)^2-k(-2mv_0^2+3kd_0^2)}}{k}$

$d_1>2d_0$より　$d_1=2d_0+\sqrt{d_0^2+\dfrac{2mv_0^2}{k}}$

問(2) (a) 円運動の半径 $r=x\sin\theta$

遠心力の棒に沿う成分は $mr\omega^2\sin\theta = mx\omega^2\sin^2\theta$

重力の 〃　$-mg\cos\theta$

ばねの弾性力は　$-k(x-L)$

∴ $F=mx\omega^2\sin^2\theta-k(x-L)-mg\cos\theta$

(b) (a)で $F=0$ のとき $x=x_0$

$(m\omega^2\sin^2\theta-k)x_0=mg\cos\theta-kL$

∴ $x_0=\dfrac{mg\cos\theta-kL}{m\omega^2\sin^2\theta-k}$

(c) (a)の x の項の係数が負となればよい

$F=-(k-m\omega^2\sin^2\theta)x+kL-mg\cos\theta$ より

$k-m\omega^2\sin^2\theta>0$　$\omega<\dfrac{1}{\sin\theta}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

∴ $\omega_0=\dfrac{1}{\sin\theta}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

(d) $F=-K(x-x_0)$ と $F=-(k-m\omega^2\sin^2\theta)x+kL-mg\cos\theta$

を比べて. 角振動数を f とすると. $f=\sqrt{\dfrac{k-m\omega^2\sin^2\theta}{m}}$

$T=\dfrac{2\pi}{f}$ より　$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k-m\omega^2\sin^2\theta}}$

(e) ω と f が一致すればよい　∴ $\omega=\sqrt{\dfrac{k-m\omega^2\sin^2\theta}{m}}$

従って. $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m(1+\sin^2\theta)}}$

© C.A.P.特訓予備校

2019年　東北大学前期日程試験【物 理】解答例

$\boxed{2}$

問(1)

(a) $\Phi = BS$ より $S = avt$ だから $\Phi = Bavt$

(b) $E = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ より $E = -Bav$ （レンツの法則より E は負となる）

(c) $I = \dfrac{E}{R}$　　$\therefore I = -\dfrac{Bav}{R}$

(d) $J = \dfrac{E^2}{R} = \dfrac{(-Bav)^2}{R}$　　$J = \dfrac{(Bav)^2}{R}$ （起電力の向きは逆になるが大きさは一定）

(e) フレミング左手の法則より

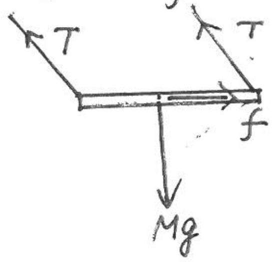
$$F = B|I|a = \frac{(Ba)^2 v}{R} \qquad \therefore F = \frac{B^2a^2v}{R}$$

問(2)

(a) 重力による位置エネルギーがジュール熱に変換するから

$MgL(1-\cos\theta_0)$　　$Q = MgL(1-\cos\theta_0)$

(b) 電磁力 f は右向きに働く



このとき

$I = \dfrac{Bau}{R}$, $f = BIa = \dfrac{B^2a^2u}{R}$

$\left.\begin{array}{l} 2T\sin\theta_1 = f \\ 2T\cos\theta_1 = Mg \end{array}\right\}$ 力のつりあいより

$T \fallingdotseq \dfrac{Mg}{2}$ （$\because \cos\theta_1 \fallingdotseq 1$）

$Mg\sin\theta_1 = f = \dfrac{B^2a^2u}{R}$

$X_1 = L\sin\theta_1$ より

$X_1 = L \cdot \dfrac{B^2a^2u}{MgR}$

$= \dfrac{B^2a^2uL}{MgR}$

(c) グラフ $\boxed{え}$

$u \to \frac{1}{4}u$ になると、電磁力 $f' = \dfrac{(Ba)^2 \times \frac{u}{4}}{R} = \frac{1}{4}f$ となり

$X_1 \to X_1' = \frac{1}{4}X_1$ となる。これがつりあいの位置となり、

$\theta' = \frac{1}{4}\theta_1$ を中心として振動し、仕事とエネルギーの関係から振幅は次第に小さくなると考えられる。

©　C.A.P.特訓予備校

3

問(1) (a) $U=\frac{3}{2}nRT$ で $n=1$ より　$U=\frac{3}{2}RT$

(b) 状態方程式 $PV=RT$ より

$P_0 \cdot SL = RT$　$\therefore P_0=\frac{RT}{SL}$

(c) $P_0S=K_0\Delta x$　$\therefore \Delta x=\frac{P_0S}{K_0}=\frac{RT}{SL}\times\frac{S}{K_0}=\frac{RT}{K_0L}$

(d) 圧力差なくなり $\Delta x=0$ になるから

$\frac{3}{2}RT+\frac{1}{2}K_0(\Delta x)^2=\frac{3}{2}RT'$　$\therefore T'=T+\frac{K_0}{3R}(\Delta x)^2$

問(2)

(a) 断熱変化より

$P_1\times(LS)^\gamma=P_1'\times(\frac{2}{3}LS)^\gamma$

$P_1=P_1'\times(\frac{2}{3})^\gamma$　$\therefore P_1'=(\frac{3}{2})^\gamma P_1$

(b) ボイル・シャルルの法則より

$\frac{P_1SL}{T_1}=\frac{P_1'\times\frac{2}{3}SL}{T_2}$　$\therefore T_2=\frac{\frac{2}{3}P_1'}{P_1}T_1$

(a)の P_1' を代入して $T_2=\frac{\frac{2}{3}\times(\frac{3}{2})^\gamma P_1}{P_1}T_1$　$\therefore T_2=(\frac{3}{2})^{\gamma-1}T_1$

(c) Aの圧力はCと同じく P_1' となるから、ボイル・シャルルの法則より

$\frac{P_1SL}{T_1}=\frac{P_1'\times\frac{4}{3}SL}{T_3}$　$\therefore T_3=\frac{\frac{4}{3}P_1'}{P_1}T_1$

(a)の P_1' を代入して、$T_3=(\frac{3}{2})^{\gamma+1}T_1$

(d) ばねの自然長を l とする．

$$\begin{cases} K_1(l-L)=P_1S & \cdots① \\ K_1(l-\frac{5}{6}L)=P_1'S & \cdots② \end{cases}$$

①②を連立して $K_1=\frac{6SP_1}{L}\{(\frac{3}{2})^\gamma-1\}$ を得る．

$P_1SL=RT_1$ より　$P_1S=\frac{RT_1}{L}$

$\therefore K_1=\frac{6}{L}\times\frac{RT_1}{L}\{(\frac{3}{2})^\gamma-1\}=\frac{6RT_1}{L^2}\{(\frac{3}{2})^\gamma-1\}$

(e) (d)の $l-L=d$ とおくと．$l-\frac{5}{6}L=d+\frac{L}{6}$

$\Delta E=\frac{1}{2}K_1(d+\frac{L}{6})^2-\frac{1}{2}K_1d^2$

$=\frac{1}{2}K_1\{(d+\frac{L}{6}-d)(d+\frac{L}{6}+d)\}$

$=\frac{1}{2}K_1\cdot\frac{L}{6}(2d+\frac{L}{6})$

ここで $K_1d=P_1S$ より $d=\frac{P_1S}{K_1}=\frac{RT_1}{K_1L}$

$\therefore \Delta E=\frac{1}{2}K_1\cdot\frac{L}{6}(\frac{2RT_1}{K_1L}+\frac{L}{6})$

(d)の K_1 を代入して．$\Delta E=\frac{1}{12}\{(\frac{3}{2})^\gamma+1\}RT_1$

© C.A.P.特訓予備校