平成２７年　東北大学前期日程試験【物理】解答例

1 問(1)(a) 速さv_0の等速円運動をするから $T=\dfrac{2\pi r}{v_0}$

(b) 運動量保存則より $m_Av_0-m_Bv_0=m_Av_A+m_Bv_B$

$e=1$ より $1=-\dfrac{v_A-v_B}{v_0-(-v_0)}$ ∴ $2v_0=-v_A+v_B$

この2式より $v_A=\dfrac{m_A-3m_B}{m_A+m_B}v_0$ $v_B=\dfrac{3m_A-m_B}{m_A+m_B}v_0$

(c)(i) $v_A<0$，$v_B>0$ の場合 $-v_AT_1+v_BT_1=2\pi r$ (b)代入して $T_1=\dfrac{\pi r}{v_0}$

(ii) $v_A>0$，$v_B>0$ の場合 $v_BT_1-v_AT_1=2\pi r$ ∴(i)と同じ

(iii) $v_A<0$，$v_B<0$ の場合 $-v_AT_1-(-v_BT_1)=2\pi r$ ∴(i)と同じ ∴ $T_1=\dfrac{\pi r}{v_0}$

(d) $m_B\gg m_A$ より $v_A\fallingdotseq -3v_0$ ，$v_B\fallingdotseq -v_0$

2回目の衝突直後の速度v_A'，v_B'は

運動量保存則より $-3m_Av_0-m_Bv_0=m_Av_A'+m_Bv_B'$

$e=1$ より $1=-\dfrac{v_A'-v_B'}{(-3v_0)-(-v_0)}$ ∴ $2v_0=v_A'-v_B'$

この2式より $v_A'=\dfrac{-3m_A+m_B}{m_A+m_B}v_0\fallingdotseq v_0$ ，$v_B'=\dfrac{-5m_A-m_B}{m_A+m_B}v_0=-v_0$

したがって、2回目衝突と3回目衝突の時間T_2は

$v_A'T_2+(-v_B'T_2)=2\pi r$ ∴ $T_2=\dfrac{\pi r}{v_0}=T_1$ ∴ (オ)

問(2)(a) 力学的エネルギー保存則より $m_Ag\times 2r=\frac{1}{2}m_AV_0^2$ ∴ $V_0=2\sqrt{gr}$

(b) 内壁から離れたときのAの速さVは、力学的エネルギー保存則より

$m_Ag\times 2r=m_Ag\times y_0+\frac{1}{2}m_AV^2$ ∴ $V^2=4gr-2gy_0$

このときの円運動の方程式は、P点からの角θを用いて $m_A\dfrac{V^2}{r}=m_Ag\sin\theta$

ところで、$\sin\theta=\dfrac{y_0-r}{r}$ なので $\dfrac{m_A}{r}(4gr-2gy_0)=m_Ag\times\dfrac{y_0-r}{r}$ ∴ $y_0=\frac{5}{3}r$

(c) 1回目の衝突直後のA，Cの速度v_A，v_Cは、

運動量保存則より $-3m_AV_0+m_AV_0=3m_Av_C+m_Av_A$ ∴ $-2V_0=3v_C+v_A$

$e=1$ より $1=-\dfrac{v_C-v_A}{(-V_0)-V_0}$ ∴ $2V_0=v_C-v_A$

この2式より $v_A=-2V_0$ ，$v_C=0$（静止） よって、$(x_1,y_1)=(0,0)$

(d) 2回目衝突直後については、運動量保存則より

$-2m_AV_0=m_AV_{A2}+3m_AV_{C2}$ ∴ $-2V_0=V_{A2}+3V_{C2}$

$e=1$ より $1=-\dfrac{V_{A2}-V_{C2}}{-2V_0-0}$ ∴ $2V_0=V_{A2}-V_{C2}$

この2式より $V_{A2}=V_0=2\sqrt{gr}$ ，$V_{C2}=-V_0=-2\sqrt{gr}$

AとCは、原点Oから互いに逆向きに、同じ速さV_0で動くので、(b)より、AとCは $y_0=\frac{5}{3}r$ で内壁を離れる。その後は、y軸に対して対称に運動するので、3回目の衝突は、$x_3=0$

斜方投射を考えて、y軸までの距離x_0は、$x_0=\sqrt{r^2-(\frac{2}{3}r)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}r$

離れるときの速さVのx成分V_xは $V_x=V\sin\theta=\sqrt{4gr-2g\times\frac{5}{3}r}\times\dfrac{\frac{5}{3}r-r}{r}$

∴ $V_x=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}gr}$ ∴ $T_2=\dfrac{x_0}{V_x}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{15r}{2g}}$

2 問(1) (a) 電気容量 C は、 $C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$

$$Q_A=Q=-CV=-\varepsilon_0\frac{S}{d}V$$

(b) $U=\frac{1}{2}CV^2$ より $U_1=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{S}{d}V^2$

$$W=QV=\varepsilon_0\frac{S}{d}V\times V=\varepsilon_0\frac{S}{d}V^2$$

問(2) (a) $\Delta U=U'-U_1$ において、$V=$一定なので、$U=\frac{1}{2}CV^2$ を用いる。

$$C'=\varepsilon_0\frac{S}{\frac{d}{2}}=2\varepsilon_0\frac{S}{d}=2C \quad なので$$

$$\Delta U=\frac{1}{2}\times 2C\times V^2-\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}CV^2$$

(b) 電気量 Q が一定なので、$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ を用いる。

$$Q_2=C'V=2CV \quad なので、\quad U_2=\frac{1}{2}\frac{(2CV)^2}{C}=2CV^2$$

問(3) (a) 回路に振動電流が流れ、電流が最大値 I_{max} のとき、コンデンサーの静電エネルギーが 0 になるので、エネルギー保存則より

$$U_2=2CV^2=\frac{1}{2}L_1I_{max}^2+\frac{1}{2}L_2I_{max}^2$$

$$\therefore I_{max}=2V\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$$

交流に対するコイル L_1 の抵抗値は ωL_1

振動電流においては、 $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$

従って、 $V_{max}=\omega L_1I_{max}=\dfrac{2L_1V}{L_1+L_2}$

(b) 磁場のエネルギーは、正の値であり、$t=0$ のとき、$U=0$ $\therefore$ (オ)

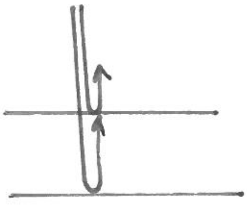
時刻では、振動電流の周期の $\frac{1}{2}$ であるから、

$$\tau=\frac{T}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{\omega}=\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$$

$$U_{max}=U_1=\frac{1}{2}L_1I_{max}^2=\frac{2L_1CV^2}{L_1+L_2}$$

3

問(1) (a)



ともに屈折率小→大での反射より、位相がπずれるので、同位相のもとでの干渉となる。

$2d_1=(m-\frac{1}{2})\cdot\frac{\lambda}{n_1}$ $(m=1, 2, 3, \cdots)$

が弱め合う条件。$m=1$ のとき d_1 の最小値。

$\therefore d_{1MIN}=\frac{\lambda}{2n_1}(1-\frac{1}{2})=\frac{\lambda}{4n_1}$

(b) 液体での屈折角を θ_1 とすると。

強め合う条件は、$2n_1d_1\cos\theta_1=m\lambda$ $(m=1, 2, 3, \cdots)$

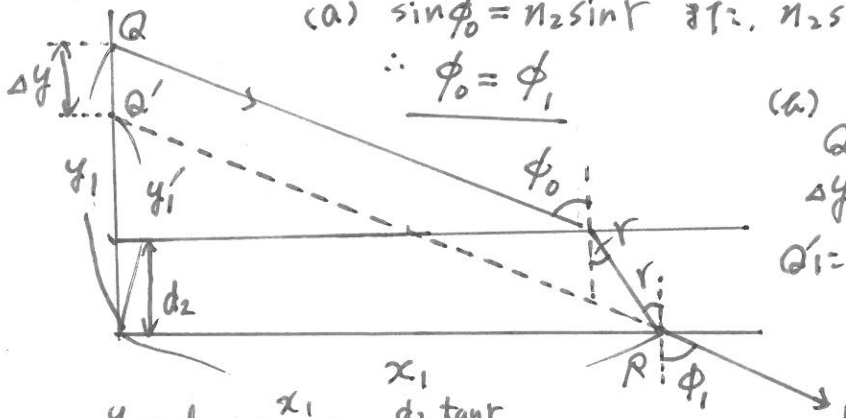
ここで、$\frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_1}=n_1$ より、$\sin\theta_1=\frac{\sin\theta_0}{n_1}$ $\therefore \cos\theta_1=\sqrt{1-(\frac{\sin\theta_0}{n_1})^2}$

よって、$2n_1d_1\sqrt{1-(\frac{\sin\theta_0}{n_1})^2}=m\lambda$ 　$2d_1\sqrt{n_1^2-\sin^2\theta_0}=m\lambda$ $(m=1, 2, 3, \cdots)$

(c) $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{n_2}{n_1}$ より、$n_2\sin\theta_2=n_1\sin\theta_1$ 　(b)より $\sin\theta_1=\frac{\sin\theta_0}{n_1}$

$\therefore n_2\sin\theta_2=n_1\times\frac{\sin\theta_0}{n_1}=\sin\theta_0$ 　よって、$\sin\theta_0=n_2\sin\theta_2$

問(2)



(a) $\sin\phi_0=n_2\sin r$ また、$n_2\sin r=\sin\phi_1$

$\therefore \phi_0=\phi_1$

(b) $Q'(0, y_1')$ とすると、

$\Delta y=y_1-y_1'$

Q' について、$\tan\phi_1=\frac{x_1}{y_1'}$

$\therefore y_1'=\frac{x_1}{\tan\phi}$

Q について、$\tan\phi_1=\frac{x_1-d_2\tan r}{y_1-d_2}$

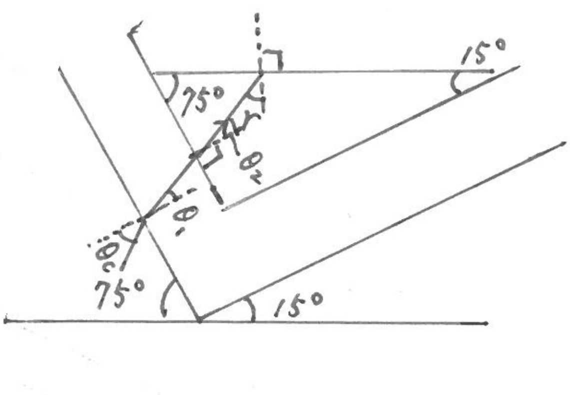
$y_1=d_2+\frac{x_1}{\tan\phi_1}-\frac{d_2\tan r}{\tan\phi_1}$、ところで、$\tan r=\frac{\sin r}{\cos r}=\frac{\sin\phi_1/n_2}{\sqrt{1-(\frac{\sin\phi_1}{n_2})^2}}$

$\tan r=\frac{\sin\phi_1}{\sqrt{n_2^2-\sin^2\phi_1}}$ 　$\therefore \Delta y=d_2(1-\frac{\cos\phi_2}{\sqrt{n_2^2-\sin^2\phi_1}})$

問3. 全反射するときの入射角を θ_c、ガラスへの屈折角を r とすると、

$\frac{\sin\theta_c}{\sin r}=2$. 液体から空気への入射角を r とすると、

r は臨界角となるから、$\frac{\sin r}{\sin 90^\circ}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 　$\therefore r=45^\circ$



$\theta_2=90^\circ-(180^\circ-75^\circ-45^\circ)=30^\circ$

$\sqrt{2}\sin 30^\circ=2\sin\theta_1$ 　$\therefore \sin\theta_1=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin\theta_c=2\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 　$\therefore \theta_c=45^\circ$